

推計平均在院日数の数理分析（Ⅱ）

～再入院と病院報告の平均在院日数との乖離の分析～

平成２５（２０１３）年１月

厚生労働省保険局調査課

はじめに

「推計平均在院日数の数理分析～推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の関係～」
(平成 24 (2012) 年 9 月)

http://www.mhlw.go.jp/bunya/iryouhoken/database/zenpan/dl/sankou_120906-2.pdf

における数理分析（以下、「9 月の数理分析」という）は、「はじめに」に述べているように、唯一の仮定「①当月中の退院再入院はないものとして推計平均在院日数の算定式を導いていること」をおいているが、「当月中に退院・再入院する患者がいる」という統計的事実が知られている。（注 1） また、図表 2 にみる推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の値の乖離について、9 月の数理分析では要因のみで、定量的分析は行っていない。

本稿の目的は、9 月の数理分析における仮定をなくし、9 月の数理分析の拡充版として、

- ・当月中の退院・再入院がある場合の推計平均在院日数の算定式の導出
- ・その算定式と、現在の推計平均在院日数の算定式、病院報告の平均在院日数の関係

などの数理分析を行なうとともに、推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の値の乖離の定量的分析を行ない、推計平均在院日数、推計新規入院件数、推計 1 入院当たり医療費への理解を一層深め、それらの医療保険や医療分野における活用に資することである。

本稿では、当月中の退院・再入院がある場合の推計平均在院日数の算定式を恒等式から具体的に導き、その算定式の分析から、現在の推計平均在院日数の算定式は、実務上、「当月中の退院・再入院がある場合、退院までの入院日数と再入院以後の入院日数は一回の入院の入院日数として扱い、通算してその患者の在院日数とする」こととなっていることを示す。また、当月中に新たに入院して当月中に退院し、当月中に再入院した患者は、推計新規入院件数として、退院までの入院と再入院以後の入院を通算して 1 件と数えられる。

これらのことを「入院日数を通算している」ということにする。

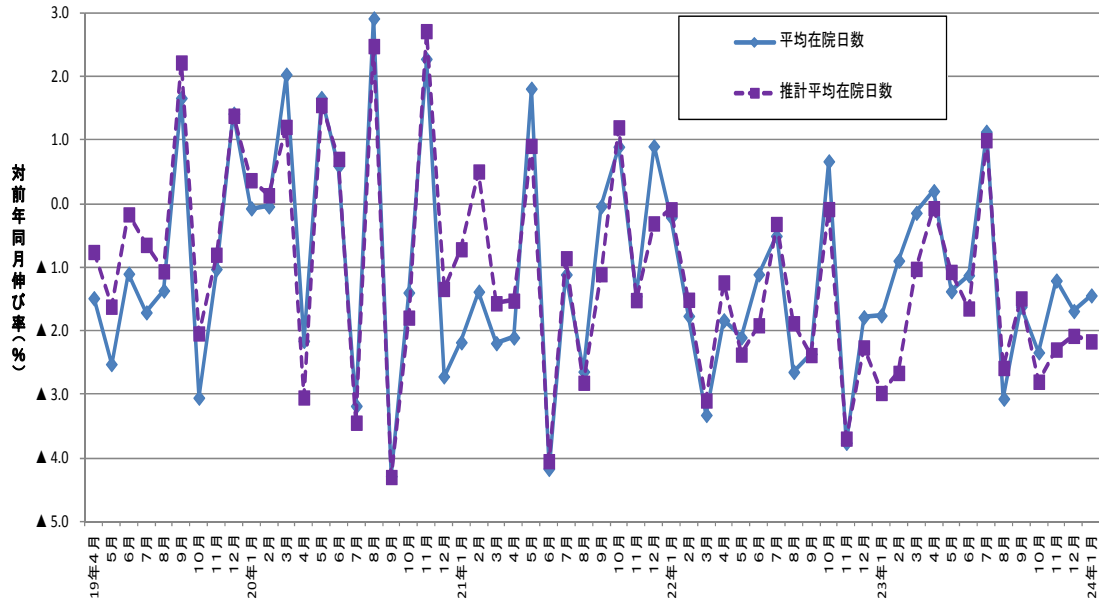
一方、病院報告においては、この患者は、入院発生、退院発生、再入院発生の都度、新入院患者数、退院患者数、新入院患者数として数えられるため、退院までの入院と再入院以後の入院は別々の入院となる。このため、平均在院日数の算定式は、「当月中の退院・再入院がある場合、退院までの入院日数と再入院以後の入院日数は別々の入院の入院日数として扱い、通算しない」こととなっている。これらの事実も踏まえ、推計平均在院日数と統計として公表されている病院報告の平均在院日数との値の乖離を定量的に分析する。

ホームページにおける推計平均在院日数の算定式の説明の「一定の前提・仮定の下で」との記述について、本稿の結果から、

- ① 推計平均在院日数の算定式は、病院報告の平均在院日数にならったもので、仮定なく導かれ、事実として「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」となっていること
- ② 複数月の推計平均在院日数の本来の算定式は、各月の入院受診延日数の合計を、各月ごとに求めた推計新規入院件数の合計で割るものであるが、例えば年間統計だけで計算しようとする利用者の便宜のため、ホームページ上では、複数月のレセプト統計の平均を単月統計とみなして推計平均在院日数等を求める簡便な算定式を示していること。

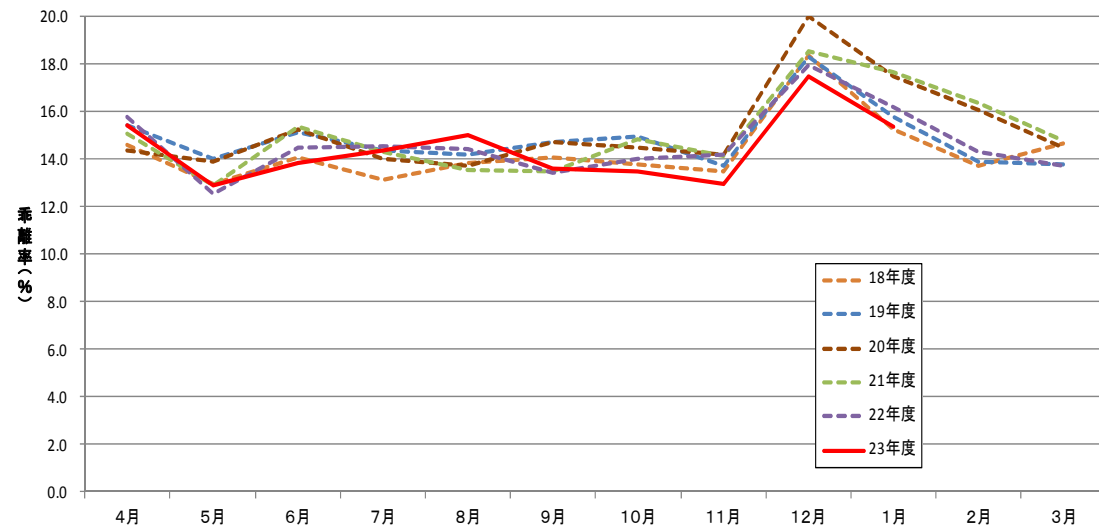
であるので、「一定の前提・仮定の下で」の文言は不要で、②に記述された本来の算定式と簡便な算定式の違いに留意が必要である。

図表1 医科病院の平均在院日数と推計平均在院日数の伸び率(対前年同月比)の月次推移



資料: 推計平均在院日数は厚生労働省「医療費の動向」(メディアス)。平均在院日数は厚生労働省「病院報告」(介護療養病床分を除く)。

図表2 医科病院における推計平均在院日数の平均在院日数に対する乖離率の月次推移



資料: 推計平均在院日数は厚生労働省「医療費の動向」(メディアス)。平均在院日数は厚生労働省「病院報告」(介護療養病床分を除く)。

算定式と関係式一覧

(推計新規入院件数、推計平均在院日数、推計1入院当たり医療費等)

○ 1ヶ月分の場合 (注)「月の日数」は、その月の暦の日数である。

$$\begin{aligned} \text{件数} &= \text{推計新規入院件数} + \text{推計繰越入院件数} \\ \text{入院受診延日数} &= \text{推計新規入院件数} \times \text{推計平均在院日数} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{入院医療費} &= \text{入院受診延日数} \times \text{1日当たり医療費} \\ &= \text{推計新規入院件数} \times \text{推計平均在院日数} \times \text{1日当たり医療費} \\ &= \text{推計新規入院件数} \times \text{推計1入院当たり医療費} \end{aligned}$$

$$\text{推計新規入院件数} = \text{件数} \times \frac{\text{月の日数} - 1 \text{件当たり日数}}{\text{月の日数} - 1} = \frac{\text{入院受診延日数}}{\text{推計平均在院日数}}$$

$$\text{推計繰越入院件数} = \text{件数} \times \frac{1 \text{件当たり日数} - 1}{\text{月の日数} - 1} = \text{件数} - \text{推計新規入院件数}$$

$$\text{推計平均在院日数} = 1 \text{件当たり日数} \times \frac{\text{月の日数} - 1}{\text{月の日数} - 1 \text{件当たり日数}} = \frac{\text{入院受診延日数}}{\text{推計新規入院件数}}$$

$$\begin{aligned} \text{推計1入院当たり医療費} &= \text{推計平均在院日数} \times \text{1日当たり医療費} \\ &= \frac{\text{入院医療費}}{\text{推計新規入院件数}} \end{aligned}$$

$$1 \text{件当たり日数} = \frac{\text{入院受診延日数}}{\text{件数}} = \frac{\text{月の日数} \times \text{推計平均在院日数}}{\text{月の日数} - 1 + \text{推計平均在院日数}}$$

$$1 \text{日当たり医療費} = \frac{\text{医療費}}{\text{入院受診延日数}}$$

○複数月分、特に一年度分(12ヶ月分)の場合

推計平均在院日数は、各月の入院受診延日数の合計を、各月ごとに上記により求めた推計新規入院件数の合計で割って算定する。

簡便法として、複数月の暦の日数の合計を月数で割ったものを「月の日数」とし、各月の件数・入院受診延日数の合計をそれぞれ「件数」・「入院受診延日数」として「1件当たり日数」を算定し、これらを用いて、上式により推計新規入院件数、推計平均在院日数を算定する方法がある。

(参考)

$$\begin{aligned} \text{入院受診延日数} &= \text{件数} \times 1 \text{件当たり日数} \\ \text{入院医療費} &= \text{入院受診延日数} \times \text{1日当たり医療費} \\ &= \text{件数} \times 1 \text{件当たり日数} \times \text{1日当たり医療費} \\ &= \text{件数} \times \text{1件当たり医療費} \end{aligned}$$

$$1 \text{件当たり医療費} = 1 \text{件当たり日数} \times \text{1日当たり医療費} = \frac{\text{入院医療費}}{\text{入院件数}}$$

目 次

はじめに	・ ・ ・ ・ ・ 1
図表 1 医科病院の平均在院日数と推計平均在院日数の伸び率（対前年同月比）の推移 2 医科病院における推計平均在院日数の平均在院日数に対する乖離率の年次推移 算定式と関係式一覧（推計新規入院件数、推計平均在院日数、1 入院当たり医療費等） 1	
1. 当月中の退院・再入院がある場合の一ヶ月のレセプト統計と病院報告の平均在院日数 (1) 記号の準備 (2) 病院報告の平均在院日数の算定式 (3) 「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」の算定式 5 5 6 7	
2. 当月中の退院・再入院がある場合の推計平均在院日数の算定式の導出 (1) 恒等式からなる連立方程式の設定とその解としての推計新規入院件数の導出 (2) 推計新規入院件数の分析 (3) 病院報告の平均在院日数にならって推計平均在院日数の算定式を定義 (4) 推計繰越入院件数 9 9 11 14 15	
3. 推計平均在院日数は「入院日数を通算した一般化された病院報告の平均在院日数」と一致 16	
4. 推計平均在院日数の病院報告の平均在院日数に対する乖離率の数理分析 (1) 推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の値の違いの理由 (2) 推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の値の違いの定量的分析 (3) 12月、1月における推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の乖離率 19 19 20 21	
5. 複数月のレセプト統計と推計平均在院日数等の算定式 (1) 記号の準備 (2) 病院報告の平均在院日数 (3) 病院報告の平均在院日数にならない各月の推計新規入院件数の合計を用いる算定式 (4) 期間合計のK, Nと一ヶ月平均の月の日数で算定する簡便な算定式の導出と評価 (5) 複数月に関する2つの算定式の比較 (6) 複数月における入院日数を通算した一般化された病院報告の平均在院日数 22 22 24 25 28 30 30	
むすび	33
注記	34

1. 当月中の退院・再入院がある場合の一ヶ月のレセプト統計と病院報告の平均在院日数

本章は9月の数理分析の記述に新たに退院・再入院した患者分を考慮したもので、本稿の分析の基本部分なので、9月の数理分析の記述の変更箇所の下線を付している。

(1) 記号の準備

任意の一ヶ月を想定する。数理分析のため、記号を導入する。

D : その月の暦上の日数。「月の日数」ともいう。例えば、4月は30日である。

t : その月の初日を1日として、初日から何日目かを示す。末日は D 日である。

$Z(t)$: その月の t 日の24時現在の在院患者数 ($t = 1, 2, 3 \cdots D$)

$Z(0)$: 前月の末日24時現在の在院患者数とする。前月から継続して入院している患者数でもある。

$a(t)$: その月の t 日から入院を開始した患者数

(前月以前に退院しその月に入院した者を含み、その月の1日から t 日以前に退院したことがあり t 日に再入院した者を含む。すなわち、その月中に退院・再入院(複数回も含む)した患者がいるものとする。) ($t = 1, 2 \cdots D$)

$\alpha(t)$: $a(t)$ のうち、その月の1日から t 日までに退院したことがない患者数
その月は、 t 日に初めて入院した患者数であり、1人の患者が2つ以上の $\alpha(t)$ で数えられることはない。(同日の入院・退院を含む)

$p(t)$: $a(t)$ のうち、その月の1日から t 日までに退院したことがある患者数
 $Z(0)$ に含まれているか、 t 日以前のある s 日の $\alpha(s)$ にすでに含まれている患者である。その月に再入院を繰り返し、1人の患者が2つ以上の $p(t)$ で数えられることもあり得る。(同日の退院・入院を含む)
 $\alpha(t) + p(t) = a(t)$ である。($t = 1, 2 \cdots D$)

$b(t)$: その月の t 日に退院した患者数 ($t = 1, 2 \cdots D$)

$\beta(t)$: $b(t)$ のうち、その月の t 日から D 日までに再入院したことがない患者数
1人の患者が2つ以上の $\beta(t)$ で数えられることはない。(同日の入院・退院を含む)

$q(t)$: $b(t)$ のうち、その月の t 日から D 日までに再入院したことがある患者数
 t 日以後のある s 日の $\beta(s)$ に含まれている患者である。1人の患者が2つ以上の $q(t)$ で数えられることもあり得る。(同日の退院・入院を含む)
 $\beta(t) + q(t) = b(t)$ である。($t = 1, 2 \cdots D$)

$n(t)$: その月の t 日の (レセプト上の) 入院受診延日数

恒等式

$$n(t) = Z(t-1) + a(t) = b(t) + Z(t)$$

が成り立つ。 ($t = 1, 2 \cdots D$)

$A = \sum_{t=1}^D a(t)$: その月の入院開始延患者数

対象範囲をレセプト統計に限定した病院報告における新入院患者数である。

月の初日から見ていくとその月に初めて入院した実際の患者数 (前月以前に退院しその月に入院した者を含む。) は、定義から、

$$\sum_{t=1}^D \alpha(t) = \sum_{t=1}^D (a(t) - p(t)) = A - \sum_{t=1}^D p(t)$$

である。

$B = \sum_{t=1}^D b(t)$: その月の退院延患者数

対象範囲をレセプト統計に限定した病院報告における退院患者数である。

月の月末から見ていくとその月に退院した実際の退院患者数は、定義から、

$$\sum_{t=1}^D \beta(t) = \sum_{t=1}^D (b(t) - q(t)) = B - \sum_{t=1}^D q(t)$$

である。

恒等式 $Z(D) = Z(0) + A - B$

すなわち、 $Z(0) + A = B + Z(D)$ が成り立つ。

K : その月の入院レセプト件数

入院レセプトは、同じ保険医療機関ではその月に1人の患者が退院・再入院を何回繰り返しても1件であるので、(注2)

$$\text{恒等式 } K = Z(0) + \sum_{t=1}^D \alpha(t) = \sum_{t=1}^D \beta(t) + Z(D)$$

が成り立つ。 $Z(0) + A = B + Z(D)$ から、

$$\sum_{t=1}^D p(t) = \sum_{t=1}^D q(t)$$

となる。

$E = \sum_{t=1}^D p(t) = \sum_{t=1}^D q(t)$: その月中に再退院や再入院した延患者数

$$\sum_{t=1}^D \alpha(t) = A - E, \quad \sum_{t=1}^D \beta(t) = B - E$$

$K = Z(0) + A - E = B - E + Z(D)$ が成り立つ。

$A - E$ 、 $B - E$ が、それぞれ、当月中の退院・再入院がないとした場合の新規入院件数、退院件数に相当する。

$N = \sum_{t=1}^D n(t)$: その月の入院受診延日数

(2) 病院報告の平均在院日数の算定式

病院報告の平均在院日数 Hh は、本来はレセプト統計より広い患者を対象としているが、対象範囲をレセプト統計に限定し(1)の記号を用いると、病院報告では、入院、退院の発生の都度、新入院患者数、退院患者数を数える事実と、定義から

$$Hh = \frac{\sum_{t=1}^D Z(t)}{\frac{1}{2}(A+B)} = \frac{N - B}{\frac{1}{2}(A+B)}$$
$$Hh + \frac{B}{\frac{1}{2}(A+B)} = \frac{N}{\frac{1}{2}(A+B)}$$

分析の簡明さから、本稿では今後「病院報告による平均在院日数」と言うときは、 Hh そのものでなく右辺の式の意味で用いることとする。(4. の乖離率の数理分析を除く)

分母の算定式をみると、この平均在院日数は、その月に退院・再入院した患者については、退院までの入院日数と再入院以後の入院日数は別々の入院として扱われ通算されず、入院から退院まで入院が連続している入院日数の平均となっている。

病院報告で得られている統計は、新入院患者数 A 、退院患者数 B 、在院患者延数 $\sum_{t=1}^D Z(t)$ 、月末在院患者数 $Z(0)$ 、 $Z(D)$ である。特に $N = B + \sum_{t=1}^D Z(t)$ の関係式から、 N の統計も得られていることとなる。

(3) 「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」の算定式

医療保険分野には、その月に退院・再入院した患者について、退院までの入院日数と再入院以後の入院日数を1回の入院の入院日数として扱い、入院日数を通算する例やその類似の計算を行う例がある。

- ① 医科診療報酬の入院基本料等は、退院後、同一の疾病または負傷により再入院した場合、少なくとも一ヶ月以上退院から再入院まで経過していない場合、退院までの入院日数と再入院後の入院日数は1入院として通算して、点数を算定する。

(注2、注3)

- ② DPC/PDPSにおいて、同一の傷病名での退院日の翌日から起算して3日以内の再入院があった場合には、前回入院と一連の入院とみなす。(注2、注4)

③ 類似の計算例として、基本診療料の施設基準等における病院の入院基本料等の施設基準に用いる病棟の平均在院日数の算定方法では、他の病棟へ移動したあと3ヶ月以内に同じ病棟に再入棟した場合、移動前の入院日数と再入棟以後の入院日数を通算する。(注5)

病院報告の平均在院日数の算定式において、これらの例に対応して「入院日数を通算した平均在院日数」を計算するには、病院報告と同じ算定式である上記の③を参考にして、

新入院患者数、退院患者数のそれぞれで重複して数えられている患者数を除いたその月の実際の新入院患者数、実際の退院患者数を分母に用いること

とすればよい。このとき、記号の定義から、分母は

$$\frac{1}{2}\{(A-E) + (B-E)\} = \frac{1}{2}(A+B) - E$$

となり、平均在院日数の式は、

$$\frac{N}{\frac{1}{2}(A+B) - E}$$

となる。この平均在院日数は、その月に退院・再入院した患者について、退院までの入院日数と再入院以後の入院日数は1回の入院の入院日数として通算されたものとなっている。

この平均在院日数を「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」とよぶこととし、

$$e = \frac{E}{\frac{1}{2}(A+B)}$$

とおくと、「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」は、

$$\frac{N}{\frac{1}{2}(A+B)(1-e)}$$

となり、現行の病院報告の平均在院日数と次の関係がある。

現行の病院報告の平均在院日数

$$= \text{入院日数を通算した病院報告の平均在院日数} \times (1 - e)$$

病院報告ではEは得られていないが、eについては、病院報告以外に一部調査結果がある。(注1)

2. 当月中の退院・再入院がある場合の推計平均在院日数の算定式の導出

(1) 恒等式からなる連立方程式の設定とその解としての推計新規入院件数の導出

1 の記号の定義から、 $K = Z(0) + A - E = B - E + Z(D)$ より、

$$K = \frac{1}{2} \times K + \frac{1}{2} \times K = \frac{1}{2} \times (A + B) - E + \frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D))$$

$n(t) = Z(t-1) + a(t) = b(t) + Z(t)$ は、9月の数理分析と同じで、NについてZ(t)を用いた恒等式とそれを変形した恒等式は同じものとなる。

$$N = \frac{1}{2} \times (A + B) + \frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D)) + \sum_{t=1}^{D-1} Z(t)$$

当月中の退院・再入院がある場合のK, Nを表現する2つの恒等式が得られる。

$$K = \frac{1}{2} \times (A + B) - E + \frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D))$$

$$N = \frac{1}{2} \times (A + B) + \frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D)) \times D + \sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\} \left(\frac{D+1}{2} - t\right)$$

2つの恒等式を、フロー統計である $\frac{1}{2} \times (A + B)$ と、ストック統計である $\frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D))$ の連立方程式と考え、 $\frac{1}{2} \times (A + B)$ について解くため、 $\frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D))$ を消去すると、

$$\frac{K \times D - N}{D-1} = \frac{1}{2} \times (A + B) - \frac{D \times E}{D-1} + \frac{\sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\} \left(t - \frac{D+1}{2}\right)}{D-1}$$

さらに、 $K \times D - N = K \times \left(D - \frac{N}{K}\right)$ と、 $e = \frac{E}{\frac{1}{2} \times (A + B)}$ を用いると、

$$K \times \frac{D - \frac{N}{K}}{D-1} = \frac{1}{2} \times (A + B) \left(1 - \frac{D \times e}{D-1}\right) + \frac{\sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\} \left(t - \frac{D+1}{2}\right)}{D-1}$$

ここで、

$$1 - \frac{D \times e}{D-1} = (1 - e) \left(1 - \frac{e}{(D-1)(1-e)}\right)$$

であるから、次の恒等式を得る。

$$\begin{aligned} & K \times \frac{D - \frac{N}{K}}{D-1} \\ &= \frac{1}{2} \times (A + B) (1 - e) \left(1 - \frac{e}{(D-1)(1-e)}\right) + \frac{\sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\} \left(t - \frac{D+1}{2}\right)}{D-1} \end{aligned}$$

左辺は9月の数理分析で得た現行の推計新規入院件数の算定式であり、レセプト統計で得られている入院件数Kと入院の受診延日数Nとその月の暦日数Dから計算できる。

右辺の第1項について、 $\frac{1}{2}(A+B)(1-e)$ は、(3)でみた「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」の分母である。 $27 \leq D-1$ より、

$$\gamma = 1 - \frac{e}{27(1-e)} \leq 1 - \frac{e}{(D-1)(1-e)} \leq 1$$

となっており、

$e = 1\% (=0.01)$ のとき、	$\gamma = 0.9996$
$5\% (=0.05)$	0.9981
$10\% (=0.10)$	0.9959
$15\% (=0.15)$	0.9935
$20\% (=0.20)$	0.9907

したがって、 e が20%以下であれば、 γ は0.99より大きく、実務上、第1項は、「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」の分母であるとみてよい(注1)。これは、その月中に新たに入院して当月中に退院し、その月中に再入院した患者は、新規入院件数としては、退院までの入院と再入院以後の入院を通算して1件と数えたものとなっている。

左辺を、9月の数理分析と同様に「推計新規入院件数」と呼びSと書くことにする。

$$R = 1 - \frac{e}{(D-1)(1-e)}$$

と書くこととし、右辺の第2項を9月の数理分析と同様にJとおくと、

$$S = K \times \frac{D - \frac{N}{K}}{D-1} = \frac{1}{2} \times (A+B)(1-e)R + J$$

一方、 $Z(t)$ を用いたNの式から上記の手順でSを計算すると次の恒等式が得られる。

$$K \times \frac{D - \frac{N}{K}}{D-1} = \frac{1}{2} \times (A+B)(1-e)R + \frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D)) - \frac{\sum_{t=1}^{D-1} Z(t)}{D-1}$$

実務上 $R=1$ と考えると、推計新規入院件数Sが「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」の分母である $\frac{1}{2} \times (A+B)(1-e)$ と一致するための必要十分条件は、 $J=0$ である。 $J=0$ は、2つの同値な条件式

$$\sum_{t=1}^D \left\{ a(t) - b(t) \right\} \left(t - \frac{D+1}{2} \right) = 0$$

$$\frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D)) - \frac{\sum_{t=1}^{D-1} Z(t)}{D-1} = 0$$

で表される。後者の式は、

$$\frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D)) = \frac{\sum_{t=0}^D Z(t)}{D+1}$$

と表され、このことから $J=0$ の意味がわかる。9月の数理分析と同じである。

R = 1 としたとき、推計新規入院件数が「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」の分母と一致する必要十分条件は $J=0$ である。

これは、前月から継続して入院している患者数（前月末日の在院患者数）とその月の初日から末日までの各日の在院患者数からなる $(D+1)$ 個の在院患者数の平均が、前月から継続して入院している患者数と翌月に継続して入院する患者数（末日の在院患者数）の平均であることである。

一方、現行の病院報告の平均在院日数の分母は $\frac{1}{2} \times (A+B)$ であるので、

$$S = K \times \frac{D-\frac{N}{K}}{D-1} = \frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) R + J$$

の両辺を $(1-e)$ で割り、

$$S \times \frac{1}{1-e} = K \times \frac{D-\frac{N}{K}}{D-1} \times \frac{1}{1-e} = \frac{1}{2} \times (A+B) R + J \times \frac{1}{1-e}$$

これは、レセプト統計で得られている K 、 N に加え、仮に、 e の値が得られていれば、推計新規入院件数を $(1-e)$ で割った値が計算でき、その第1項が現行の病院報告の平均在院日数の分母となる。

このことから、推計新規入院件数を $(1-e)$ で割ったものが現行の病院報告の平均在院日数の分母と一致するための必要十分条件も $J=0$ であって、上記の枠内と同様のことが成り立つ。これは、9月の数理分析と同じ結論である。

(2) 推計新規入院件数の分析

J の動向を調べるために、 A 、 B 、 E は既知として、 $a(t)$ 、 $b(t)$ 、 $\alpha(t)$ 、 $\beta(t)$ が上記 1 (1) と同じ意味として、

$$A = \sum_{t=1}^D a(t) \quad B = \sum_{t=1}^D b(t)$$

$$E = \sum_{t=1}^D \{a(t) - \alpha(t)\} = \sum_{t=1}^D \{b(t) - \beta(t)\}$$

$$a(t) \geq \alpha(t) \geq 0, \quad b(t) \geq \beta(t) \geq 0$$

を満たすように変動するものとする。9月の数理分析と同様である。

まず、

$$a(t) - b(t) = C \quad (t \text{ によらない}) \quad (t=1, 2, \dots, D)$$

であったとすると、

$$\sum_{t=1}^D \left(t - \frac{D+1}{2}\right) = 0$$

から、Cの値によらずに $J = 0$ となる。 $A \neq B$ でもよく、定常状態とは限らない。

したがって、一般の状況では、常に

$$a(t) - b(t) = C + u(t) \quad (t = 1, 2, \dots, D)$$

$$C = \frac{A-B}{D} \quad \sum_{t=1}^D u(t) = 0$$

と表すことができるが、上記のことから

$$J = \frac{\sum_{t=1}^D u(t) \left(t - \frac{D+1}{2}\right)}{D-1}$$

となる。 $a(t) - b(t)$ は、 t 日における在院患者数の増加分であるが、 J の値は、増加分の大きさではなく、増加分の変動にあたる $u(t)$ だけによる。

(ベクトル $\{u(t) : t = 1, 2, \dots, D\}$ の $(D-1)$ 個の独立成分のうち1個だけ $J \neq 0$ 、残りの $(D-2)$ 個は $J = 0$)

もう1つの例として、 $t = 1, 2, 3, \dots, D$ について

$$a(t) - b(t) = a(D+1-t) - b(D+1-t)$$

の関係を満たし t ごとに任意の値をとるとすると、定常状態ではないが、 $J = 0$ となる。

もっと一般に、新規入院、退院、再入院がそれぞれの日に様々な件数で発生する状況を考える。

9月の数理分析では、その月の退院・再入院はないものとしていたため、1件の新規入院、退院がどの日に発生するかは、どの日も同様に確からしいとして、どの日も発生確率は $\frac{1}{D}$ として分析した。

本分析ではその月に退院・再入院する患者がいるとしているが、その月の前月や翌月まで含めて考えると、患者の退院・再入院の発生状況はその月のどの日であるかに依存して異なるとは考えにくい。したがって、 t 日から入院を開始する人数 $a(t)$ 、 t 日に退院する人数 $b(t)$ は、どの t 日も同様に確からしいと考えられる。

一方、 $t = 1, 2, \dots$ と経過すると、1日から t 日までの退院・再入院の発生が起こりやすくなると考えられ、その月の1日から t 日までに退院したことがない t 日の新規入院患者数 $\alpha(t)$ は減少傾向になるが、その月の1日から t 日までに退院したことがある t 日の入院開始患者数 $p(t)$ は増加傾向になると考えられ、 $\alpha(t)$ と $p(t)$ の和である $a(t)$ は、特段の傾向がないものと考えられる。

$\beta(t)$ と $q(t)$ の和である $b(t)$ についても同様に考えることができる。

以上から、Jの動向は9月の数理分析と同様に考えることができる。

仮定：

A, B, E ($0 \leq E < A$ かつ $0 \leq E < B$)を既知、2つの数列 $\{a(t) : t=1, 2 \cdots D\}$
 $\{b(t) : t=1, 2 \cdots D\}$ が、

$$A = \sum_{t=1}^D a(t) \quad B = \sum_{t=1}^D b(t) \quad a(t) \geq 0, b(t) \geq 0$$

を満たし、独立に多項分布(D項分布)をするものとする。1件の入院開始(再入院を含む)、退院
 がどの日に発生するかはどの日も同様に確からしいとし、どの日も発生確率は $\frac{1}{D}$ とする。

結論： $e = \frac{E}{\frac{1}{2} \times (A+B)}$ $R = 1 - \frac{e}{(D-1)(1-e)}$ とおくと、次が成り立つ。

$$\text{期待値} \quad E(J) = 0 \quad E(S) = \frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) R$$

$$\text{分散} \quad V(J) = \frac{(A+B) \times (D+1)}{12 \times (D-1)} = V(S)$$

$$\text{変動係数} \quad \frac{\sqrt{V(S)}}{E(S)} = \frac{\sqrt{V(J)}}{\frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) R} = \frac{1}{(1-e) R} \sqrt{\frac{D+1}{3 \times (A+B) \times (D-1)}}$$

$$S = \frac{1}{2} \times (A+B) \times (1-e) \times R \left(1 + \frac{J}{\frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) R}\right) \text{ の}$$

$$\frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) R \text{ からの乖離率 } \frac{J}{\frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) R} \text{ について、}$$

$$E\left(\frac{J}{\frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) R}\right) = 0$$

$$\sqrt{V\left(\frac{J}{\frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) R}\right)} = \frac{\sqrt{V(J)}}{\frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) R} = \frac{1}{(1-e) R} \sqrt{\frac{D+1}{3 \times (A+B) \times (D-1)}}$$

これは、eが変わらないとして、A, Bが大きければ大きいほど、乖離率の標準偏差は小さくなり、レセプト統計の推計新規入院件数は「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」の分母に近くなることをあらわす。

同様に、A, Bが大きければ大きいほど、レセプト統計の推計新規入院件数を $(1-e)$ で割ったものは「現行の病院報告の平均在院日数」の分母に近くなることをあらわす。

$$\sqrt{\frac{D+1}{3 \times (A+B) \times (D-1)}} \leq \sqrt{\frac{2.9}{3 \times (A+B) \times 2.7}} \div \frac{0.4231}{\sqrt{\frac{A+B}{2}}} = \sigma$$

とすると、実務上 $R=1$ とみなし、 J が正規分布をするかどうか不明のため、いかなる分布でも適用することができるチェビシェフの不等式を用いると、 $96\% (= 1 - (\frac{1}{5})^2)$ 以上の確率で

$$\frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) (1 - \frac{5\sigma}{1-e}) \leq S \leq \frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) (1 + \frac{5\sigma}{1-e})$$

が成り立つ。

(3) 病院報告の平均在院日数にならって推計平均在院日数の算定式を定義

レセプト統計では、得られている統計は N 、 K であり、 D は周知である。
推計新規入院件数 S は、

$$S = K \times \frac{D - \frac{N}{K}}{D-1} = \frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) R + \frac{\sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\} (t - \frac{D+1}{2})}{D-1}$$

であり、第2項 = $J=0$ のとき $S = \frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) R$ 。

また、(2) における仮定の下で、 A 、 B が大きければ大きいほど、レセプト統計の推計新規入院件数は「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」の分母に近くなる。

このため、実務上 $R=1$ と考え、 S を「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」の分母とみなし、病院報告の平均在院日数の算定式にならい、レセプト統計における推計平均在院日数を、

$$H = \frac{N}{S} = \frac{N}{K} \times \frac{D - \frac{1}{N}}{D - \frac{N}{K}}$$

と定義する。

特に、 $J=0$ のとき、 $R=1$ として、 H は「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」の算定式と、 $(1-e)H$ は現行の病院報告の平均在院日数の算定式と一致する。

$$N = S \times H \quad \text{入院受診延日数} = \text{推計新規入院件数} \times \text{推計平均在院日数}$$

であるので、実務上は、入院一件当たり日数 $\frac{N}{K}$ から推計平均在院日数を求め、

$$S = \frac{N}{H} \quad \text{推計新規入院件数} = \text{入院受診延日数} \div \text{推計平均在院日数}$$

により、推計新規入院件数を求めるほうがわかりやすい。

(2) における仮定の下では、 $R = 1$ として、96%以上の確率で

$$\frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) \left(1 - \frac{5\sigma}{1-e}\right) \leq S \leq \frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) \left(1 + \frac{5\sigma}{1-e}\right)$$

となっているから、

$$\frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) \left(1 - \frac{5\sigma}{1-e}\right) \leq \frac{N}{H} \leq \frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) \left(1 + \frac{5\sigma}{1-e}\right)$$

よって、96%以上の確率で、(入院日数を通算した) 推計平均在院日数Hは

$$\frac{N}{\frac{1}{2}(A+B) \times (1-e) \left(1 + \frac{5\sigma}{1-e}\right)} \leq H \leq \frac{N}{\frac{1}{2}(A+B) \times (1-e) \left(1 - \frac{5\sigma}{1-e}\right)}$$

同様に、病院報告同様に入院日数を通算しない場合の推計平均在院日数 $(1-e)H$ は、

$$\frac{N}{\frac{1}{2}(A+B) \times \left(1 + \frac{5\sigma}{1-e}\right)} \leq (1-e)H \leq \frac{N}{\frac{1}{2}(A+B) \times \left(1 - \frac{5\sigma}{1-e}\right)}$$

となる。この場合は、 e の値が知られている必要がある。

(2) における仮定の下で、具体例をみる。 $e = 0.1$ とする。(注1)

$$\text{例 } \frac{1}{2} \times (A+B) = 100 \text{ のとき } \sigma = 4.2\% \quad 5\sigma = 21.2\% \quad \frac{5\sigma}{1-e} = 23.5\%$$

1,000	1.3%	6.7%	7.4%
10,000	0.4%	2.1%	2.4%
100,000	0.1%	0.7%	0.7%
1,000,000	0.04%	0.2%	0.2%

(注) J が正規分布で近似できる場合、「 5σ 」は「 2σ 」、「96%」は「95%」となる。
たとえば、

$$\frac{1}{2} \times (A+B) = 100 \text{ のとき } \sigma = 4.2\% \quad 2\sigma = 8.4\% \quad \frac{2\sigma}{1-e} = 9.4\%$$

(4) 推計繰越入院件数

(1) において、実務上 $R = 1$ とおくと、

$$S = K \times \frac{D - \frac{N}{K}}{D-1} = \frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) + J$$

であり、(1) の連立方程式で用いるKの恒等式から、

$$K - S = K \times \frac{\frac{N}{K} - 1}{D-1} = \frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D)) - J$$

これは、 $J = 0$ のとき前月末現在と当月末現在の在院患者数の平均となるので、左辺を、推計繰越入院件数とよぶことにする。

3. 推計平均在院日数は「入院日数を通算した一般化された病院報告の平均在院日数」と一致

上記2において、 $\frac{1}{2}$ のかわりに任意の実数 θ を用いても同様の変形ができる。

$$K = \theta \times K + (1 - \theta) \times K$$

$$N = \theta \times N + (1 - \theta) \times N$$

から、任意の実数 θ について成り立つ次の恒等式が得られる。

$$N = \theta A + (1 - \theta) B + (\theta Z(0) + (1 - \theta) Z(D)) + \sum_{t=0}^{D-1} Z(t)$$

同様に、任意の実数 θ について成り立つ2つの恒等式を得る。

$$K = \theta A + (1 - \theta) B - E + \theta Z(0) + (1 - \theta) Z(D)$$

$$N = \theta A + (1 - \theta) B + (\theta Z(0) + (1 - \theta) Z(D)) \times D + \sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\} (\theta D + (1 - \theta) - t)$$

この二つの恒等式から $\theta = \frac{1}{2}$ のときと同様に、 $\theta A + (1 - \theta) B$ を求めるため、

$\theta Z(0) + (1 - \theta) Z(D)$ を消去し、推計新規入院件数、推計平均在院日数を定義する。

$$S = K \times \frac{D - \frac{N}{K}}{D - 1}$$

$$= \theta A + (1 - \theta) B - \frac{D \times E}{D - 1} + \frac{\sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\} (t - (\theta D + (1 - \theta)))}{D - 1}$$

$$= (\theta A + (1 - \theta) B) - \frac{D \times E}{D - 1} + (\theta Z(0) + (1 - \theta) Z(D)) - \frac{\sum_{t=1}^{D-1} Z(t)}{D - 1}$$

$$H = \frac{N}{S} = \frac{N}{K} \times \frac{D - \frac{1}{K}}{D - \frac{N}{K}}$$

$$\sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\} (t - (\theta D + (1 - \theta)))$$

$$= \sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\} t - (\theta D + (1 - \theta)) (A - B)$$

であるから、 $A \neq B$ のとき、 $\theta = \frac{\sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\} t - (A - B)}{(D - 1) (A - B)}$ とすると、

$$\sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\} (t - (\theta D + (1 - \theta))) = 0$$

$$(\theta Z(0) + (1 - \theta) Z(D)) - \frac{\sum_{t=1}^{D-1} Z(t)}{D - 1} = 0$$

となる。このとき、 $S = K \times \frac{D - \frac{N}{K}}{D - 1} = \theta A + (1 - \theta) B - \frac{D \times E}{D - 1}$ となる。

ここで、

$$e(\theta) = \frac{E}{\theta A + (1 - \theta) B}, \quad R(\theta) = 1 - \frac{e(\theta)}{(D - 1)(1 - e(\theta))}$$

とおくと、

$$S = (\theta A + (1 - \theta) B)(1 - e(\theta))R(\theta)$$

であり、

$$H = \frac{N}{S} = \frac{N}{(\theta A + (1 - \theta) B)(1 - e(\theta))R(\theta)} = \frac{N}{K} \times \frac{D - 1}{D - \frac{N}{K}}$$

実務上、 R 同様、 $R(\theta) = 1$ と考えると、 H は、「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」の分母 $\frac{1}{2} \times (A + B)(1 - e)$ における加重平均の重みを $\frac{1}{2}$ から一般の実数 θ に変更した $(\theta A + (1 - \theta) B)(1 - e(\theta))$ を分母にしたものと一致しており、9月の数理分析における「一般化された病院報告の平均在院日数」の入院日数を通算したものである。これを「入院日数を通算した一般化された病院報告の平均在院日数」と呼ぶこととすれば、推計平均在院日数は入院日数を通算した一般化された病院報告の平均在院日数と一致することとなる。

$$\text{具体的には、} S = \frac{\sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\} t - A + B \times D}{D - 1} - \frac{D \times E}{D - 1} \quad \text{となっている。}$$

この条件は、 $R(\theta) = 1$ と考えると、 $(1 - e(\theta))H$ は、入院日数を通算しない9月の数理分析における一般化された病院報告の平均在院日数となる。

$\frac{1}{2}$ の場合にならって、 θ の意味を調べる。9月の数理分析と同様である。

$$(\theta Z(0) + (1 - \theta) Z(D)) - \frac{\sum_{t=1}^{D-1} Z(t)}{D - 1} = 0$$

$$\left(\theta \left(1 - \frac{2}{D+1}\right) + \frac{1}{D+1}\right) Z(0) + \left((1 - \theta) \left(1 - \frac{2}{D+1}\right) + \frac{1}{D+1}\right) Z(D) = \frac{\sum_{t=0}^D Z(t)}{D + 1}$$

$Z(0)$ と $Z(D)$ の係数は、それぞれ θ 、 $1 - \theta$ にほぼ一致するので、

前月から継続して入院している患者数とその月の初日から末日までの各日の在院患者数からなる $(D + 1)$ 個の在院患者数の平均は、前月から継続して入院している患者数と翌月に継続して入院する患者数（末日の在院患者数）のほぼ θ の加重平均となっている。

また、この θ のもとで、上記の連立方程式で用いる K の恒等式から得られる下記の式を、

$\theta = \frac{1}{2}$ のときと同様に、推計繰越入院件数と呼ぶことにする。

$$K - S = K \times \frac{\frac{N}{K} - 1}{D - 1} = \theta \times Z(0) + (1 - \theta) \times Z(D)$$

以上をまとめる。

レセプト統計が一月の場合で $A \neq B$ とする。

このとき、推計平均在院日数は入院日数を通算した一般化された病院報告の平均在院日数に等しく、ただひとつの実数 θ があって、

$$H = \frac{N}{K} \times \frac{D - \frac{1}{K}}{D - \frac{N}{K}} = \frac{N}{(\theta A + (1 - \theta)B)(1 - e(\theta))R(\theta)}$$

$$\theta = \frac{\sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\}t - (A - B)}{(D - 1)(A - B)}$$

となる。

この θ は、次の同値な条件を満たし、入院開始件数、退院件数が月のどの日にどのように発生するかという分布状況により決まるもので、

前月から継続して入院している患者数とその月の初日から末日までの各日の在院患者数からなる $(D + 1)$ 個の在院患者数の平均を、前月から継続して入院している患者数と翌月に継続して入院する患者数（末日の在院患者数）の加重平均で表す時の重みとなっている。

この関係式は 2. と異なり、 A 、 B の大きさにはよらない。

また、 $0 \leq \theta \leq 1$ となるとき、推計新規入院件数は、新入院患者数、退院患者数それぞれにおいて重複して数えられる分を除いたその月の実際の新入院患者数、実際の退院患者数の間にある。

$$\sum_{t=1}^D \{a(t) - b(t)\}t = (\theta D + (1 - \theta)) \times (A - B)$$

$$\frac{\sum_{t=0}^D Z(t)}{D + 1} = \left(\theta \left(1 - \frac{2}{D + 1}\right) + \frac{1}{D + 1}\right) Z(0) + \left((1 - \theta) \left(1 - \frac{2}{D + 1}\right) + \frac{1}{D + 1}\right) Z(D)$$

一方、入院日数を通算した病院報告の平均在院日数は、上記の H の右辺の算定式において常に $\theta = \frac{1}{2}$ としたものであり、新規入院件数、退院件数が月のどの日にどのように発生するかという分布状況に依存しない計算となっている。

したがって、 $R(\theta) = 1$ として、推計平均在院日数の分母と入院日数を通算した病院報告の平均在院日数の分母の差は、 e 、 $e(\theta)$ の定義から、

$$\begin{aligned} & (1 - e(\theta)) (\theta A + (1 - \theta)B) - \frac{1}{2} (A + B) (1 - e) \\ &= (\theta A + (1 - \theta)B) - \frac{1}{2} (A + B) \\ &= \left(\theta - \frac{1}{2}\right) (A - B) \end{aligned}$$

であって、 θ が $\frac{1}{2}$ に近いほど、また A と B の差が小さいほど上記の差は小さくなり、推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の分子が共通なため、 A 、 B の大きさにはよらずに、推計平均在院日数と入院日数を通算した病院報告の平均在院日数の値は近くなる。

同様に、 $R(\theta) = 1$ として、入院日数を通算しない推計平均在院日数と、現行の病院報告の平均在院日数の分母の差は、9月の数理分析のとおり、上記と同様なことが成り立つ。

4. 推計平均在院日数の病院報告の平均在院日数に対する乖離率の数理分析

(1) 推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の値の違いの理由

病院について、推計平均在院日数と、レセプト統計より広い範囲を対象とし統計として公表されている病院報告の平均在院日数（介護療養病床を除く）の値を比べると、推計平均在院日数のほうが長く、その乖離率は、12月や1月を除き、同程度である。（図表2）

また、図表2において12月、1月を含めた各月ごとに乖離率の年度推移をみると、どの月も安定している。12月や1月の乖離率の水準は他の月と異なるが、各月の乖離率の年度推移は安定している。9月の数理分析では、この事実を踏まえて、推計平均在院日数は全国の病院の月別平均在院日数の動向と一致することを説明した。

この事実に関して、9月の数理分析に本稿の数理分析を加えて、推計平均在院日数と統計として公表されている病院報告の平均在院日数には次のような違いがあることが分かっている。

①入院患者の範囲の違い

病院報告の対象となる患者には医療保険適用や公費負担医療の患者以外に、レセプト統計には含まれないその他（正常な妊娠・分娩や検査入院、労災、自費診療など）の患者が含まれる。

②算定方法の違い

推計平均在院日数は入院の一件当たり日数から算定する。病院報告の平均在院日数は在院患者数と新入院患者数、退院患者数から算定する。

③退院日が含まれるかどうかの違い

入院受診延日数には退院日も含まれるが、病院報告の在院患者延数には含まれない。

④当月中に退院・再入院した患者の入院日数を通算するかどうかの違い

当月中に退院・再入院した患者について、退院までの入院日数と再入院以後の入院日数は、概算医療費の推計平均在院日数では1回の入院の入院日数として扱い、通算する。病院報告の平均在院日数では別々の入院の入院日数として扱い、通算しない。

なお、入院期間中に外泊した場合、外泊期間の日数は入院受診延日数に含まれ、外泊期間中の患者の延数も同様に病院報告の在院患者延数に含まれるため、外泊の扱いには違いはない。

⑤加入医療保険が変更になった場合の扱いの違い

推計平均在院日数では、入院期間中に加入する医療保険を変更した場合、変更前後で別のレセプトに計上されるため、連続した入院として扱われないこととなり、計算上退院、新規入院の扱いとなる。ただし、診療報酬点数算定上は、連続した入院として扱われる。病院報告の平均在院日数では、連続した入院となる。

(2) 推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の値の差の定量的分析

推計平均在院日数と統計として公表されている病院報告の平均在院日数の値の乖離、特に推計平均在院日数のほうが値が大きい事実について、定量的に分析する。

①退院日が含まれるかどうかの違い

概ね1日分、推計平均在院日数が多い。平成23年度の病院報告の平均在院日数(介護療養病床を除く)は、30.4日であるから、約3.3%である。

$$1 \div 30.4 = 0.033 \quad 3.3\%$$

②入院患者の範囲の違い

「平成23年 患者調査」(厚生労働省大臣官房統計情報部)によれば、正常な分娩や検査入院など、医療保険や公費負担医療に含まれない患者の病院の退院患者平均在院日数は約11日と短く、これらを除くと、病院の退院患者平均在院日数は約3.7%増加すると推計される。(注6)

また、正常な分娩や検査入院など、医療保険や公費負担医療に含まれない患者の病院の退院患者数に占める割合は約5.3%と推計される。(注6)

③当月中に退院・再入院した患者の入院日数を通算するかどうかの違い

推計平均在院日数は入院日数を通算した平均在院日数であり、入院日数を通算した一般化された病院報告の平均在院日数と一致し、入院日数を通算した病院報告の平均在院日数に対応する。現行の病院報告の平均在院日数は、入院日数を通算しない平均在院日数であり、入院日数を通算した病院報告の平均在院日数との関係は、

現行の病院報告の平均在院日数

$$= \text{入院日数を通算した病院報告の平均在院日数} \times (1 - e)$$

$$e = \frac{E}{\frac{1}{2} \times (A + B)} \quad \text{であり、} e \text{ の定義にしたがって平成23年患者調査の結果によ}$$

れば、 e は約4.7%と推計され、入院日数を通算すると、平均在院日数は約4.9% $(= 1 \div (1 - 0.047) - 1)$ 増加する。特に、DPC/PDPSで前回入院と一連の入院とみなす3日以内の再入院はほぼ全部通算される(注1)。

以上の①、②、③の効果を機械的に合計すると、

$$3.3 + 3.7 + 4.9 = 11.9 = \text{約} 12\%$$

患者調査は抽出調査で抽出による誤差を含み、平均在院日数の算定方法の異なる患者調査の結果も用いた推計であり、複数回の再入院分を考慮する必要もあるため、一定の幅をもって見る必要があるが、図表2の12月と1月を除いた推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の乖離率に近いと考えられる。

また、推計新規入院件数は病院報告の分母より小さい事実があり、その程度は、②と③により、 $5.3 + 4.7 = 10.0 = \text{約} 10\%$ と推計される。

例えば、平成23年9月分の実績はそれぞれ1079.7千件、1198.9千件（介護療養病床除く）であり推計新規入院件数は9.9%小さくなっている。

一方、入院中に加入医療保険が変更になった場合には、レセプトが分割されるため、レセプトの入院日数は短くなり、推計平均在院日数を短くする要因となる。

現在のところ統計はないと考えられるが、増大要因の推計結果が実績の乖離率と大きな差はないことから、この違いは大きなものではないと見込まれる。

(3) 12月、1月における推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の乖離率

どの月においても、退院日の扱い・入院患者の範囲・当月中に退院・再入院した患者の入院日数を通算するかどうかの違いは共通の要因であるから、図表2にみるように、12月、1月以外の各月の乖離率が同程度であるということは、入院患者の範囲を同じとした場合の推計平均在院日数の分母と病院報告の平均在院日数の分母の差が、同程度であることを示し、12月と1月はその差が大きいことを示す。この差は、

$R(\theta) = 1$ とし、(2) より $e(\theta) \doteq 0.05$ とみて、

$$\begin{aligned} & \left(\theta A + (1 - \theta) B \right) (1 - e(\theta)) R(\theta) - \frac{1}{2} (A + B) \\ & \doteq \left(\theta A + (1 - \theta) B \right) \times 0.95 - \frac{1}{2} (A + B) \\ & = \left(\theta A + (1 - \theta) B \right) \times 0.95 - \frac{1}{2} (A + B) \times 0.95 - 0.025 (A + B) \\ & = \left(\theta - \frac{1}{2} \right) (A - B) \times 0.95 - 0.025 (A + B) \end{aligned}$$

であり、 θ と $\frac{1}{2}$ の差、AとBの差を見ることで分析できる。

レセプト統計では θ もA、Bも調べることができないが、病院報告ではN、A、B、 $Z(0)$ 、 $Z(D)$ （月末在院患者数）の統計が得られているので、

$$N - B = \sum_{t=1}^{D-1} Z(t) + Z(D)$$

の関係式をつかうと、

$$\theta = \frac{\frac{N - B - Z(D)}{D - 1} - Z(D)}{Z(0) - Z(D)}$$

により θ を求め、分析できる。

結果は、12月は推計平均在院日数の分母はほぼ新規入院件数となっている（ $\theta \doteq 1$ ）が、退院患者数は他の月に比べ新入院患者数より多い（ $A - B < 0$ ）。このため、病院報告の平均在院日数の分母は他の月に比べ大きめとなり、平均在院日数は推計平均在院日数より短めとなるため、乖離率は他の月より大きくなる。

1月は推計平均在院日数の分母はほぼ退院件数となっている（ $\theta \doteq 0$ ）が、新入院患者数は他の月に比べ退院患者数より多い（ $A - B > 0$ ）。このため、病院報告の平均在院日数の分母は他の月に比べ大きめとなり、平均在院日数は推計平均在院日数より短めとなるため、乖離率は他の月より大きくなる。

5. 複数月のレセプト統計と推計平均在院日数等の算定式

本章は9月の数理分析の記述に新たに退院・再入院した患者分を考慮したもので、本稿の分析の基本部分なので、(1)と(2)については、9月の数理分析の記述の変更箇所の下線を付している。

(1) 記号の準備

月数を M ($M \geq 2$) とし、各月を m 月 ($m = 1, 2, \dots, M$) と呼ぶことにする。

$D(m)$: m 月の暦上の日数。月の日数ともいう。

$D = \sum_{m=1}^M D(m)$: 考えている期間の暦上の日数

$Z(m, t)$: m 月の t 日の24時現在の在院患者数 ($t = 1, 2, 3, \dots, D(m)$)

$Z(m, 0)$: m 月の前月の($m-1$)月の末日24時現在の在院患者数とする。

($m-1$)月から継続して入院している患者数でもある。

$Z(m, 0) = Z(m-1, D(m-1))$ ($m = 2, 3, \dots, M$) である。

$a(m, t)$: m 月の t 日から入院を開始した患者数 (前月以前に退院し m 月に入院した者を含み、 m 月の1日から t 日以前に退院したことがあり t 日に再入院した者を含む。すなわち、 m 月中に退院・再入院した患者がいるものとする。)
($t = 1, 2, \dots, D(m)$)

$\alpha(m, t)$: $a(m, t)$ のうち、 m 月の1日から t 日までに退院したことがない患者数。 m 月の t 日に初めて入院した患者数であり、1人の患者が2つ以上の $\alpha(m, t)$ で数えられることはない。(同日の入院・退院を含む)

$p(m, t)$: $a(m, t)$ のうち、その月の1日から t 日までに退院したことがある患者数。 $Z(m, 0)$ に含まれているか、 t 日以前のある s 日の $\alpha(m, s)$ にすでに含まれている患者である。1人の患者が2つ以上の $p(m, t)$ で数えられることもあり得る。(同日の退院・入院を含む)

$\alpha(m, t) + p(m, t) = a(m, t)$ である。($t = 1, 2, \dots, D(m)$)

$b(m, t)$: m 月の t 日に退院した患者数 ($t = 1, 2, \dots, D(m)$)

$\beta(m, t)$: $b(m, t)$ のうち、 m 月の t 日から $D(m)$ 日までに再入院したことがない患者数。1人の患者が2つ以上の複数の $\beta(m, t)$ で数えられることはない。(同日の入院・退院を含む)

$q(m, t)$: $b(m, t)$ のうち、その月の t 日から D 日までに再入院したことがある患者数。 t 日以後のある s 日の $\beta(s)$ に含まれている患者である。1人の患者が2つ以上の $q(m, t)$ で数えられることもあり得る。(同日の退院・入院を含む)

$b(m, t) + q(m, t) = b(m, t)$ である。($t = 1, 2, \dots, D(m)$)

$n(m, t)$: その月の t 日の(レセプト上の)入院受診延日数
恒等式

$$n(m, t) = Z(m, t-1) + a(m, t) = b(m, t) + Z(m, t)$$

が成り立つ。 ($t = 1, 2 \cdots D(m)$)

$$A(m) = \sum_{t=1}^{D(m)} a(m, t) : m \text{月の入院開始延患者数}$$

対象範囲をレセプト統計に限定した病院報告におけるm月の新入院患者数である。
重複患者数を除いたm月に初めて入院した実際の患者数（前月以前に退院しm月に入院した者を含む。）は、定義から、

$$\sum_{t=1}^{D(m)} \alpha(m, t) = \sum_{t=1}^{D(m)} (a(m, t) - p(m, t)) = A(m) - \sum_{t=1}^{D(m)} p(m, t)$$

である。

$$A = \sum_{m=1}^M A(m) = \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{D(m)} a(m, t) : \text{全月の入院開始延患者数}$$

$$B(m) = \sum_{t=1}^{D(m)} b(m, t) : m \text{月の退院患者数}$$

対象範囲をレセプト統計に限定した病院報告における退院患者数である。
重複患者数を除いたその月の実際の退院患者数は、定義から、

$$\sum_{t=1}^{D(m)} \beta(m, t) = \sum_{t=1}^{D(m)} (b(m, t) - q(m, t)) = B(m) - \sum_{t=1}^{D(m)} q(m, t)$$

である。

$$B = \sum_{m=1}^M B(m) = \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{D(m)} b(m, t) : \text{全月の退院患者数}$$

$$Z(m, t) = Z(m, t-1) + a(m, t) - b(m, t) \quad (t = 1, 2 \cdots D(m))$$

$$Z(m, D(m)) = Z(m, 0) + A(m) - B(m)$$

という関係式が成り立つ。

すなわち、 $Z(m, 0) + A(m) = B(m) + Z(m, D(m))$ が成り立つ。

$K(m) : m \text{月の入院レセプト件数}$

入院レセプトは、同じ保険医療機関ではその月に1人の患者が退院・再入院を何回繰り返しても1件であるので、(注2)
恒等式

$$K(m) = Z(m, 0) + \sum_{t=1}^{D(m)} \alpha(m, t) = \sum_{t=1}^{D(m)} \beta(m, t) + Z(m, D(m))$$

が成り立つ。 $Z(m, 0) + A(m) = B(m) + Z(m, D(m))$ から、

$$\sum_{t=1}^{D(m)} p(m, t) = \sum_{t=1}^{D(m)} q(m, t)$$

となる。

$$E(m) = \sum_{t=1}^{D(m)} p(m, t) = \sum_{t=1}^{D(m)} q(m, t)$$

: m月中に再退院や再入院した延患者数

$$\frac{\sum_{t=1}^{D(m)} \alpha(m, t)}{D(m)} = \frac{A(m) - E(m)}{D(m)}$$

$$\frac{\sum_{t=1}^{D(m)} \beta(m, t)}{D(m)} = \frac{B(m) - E(m)}{D(m)}$$

$$K(m) = Z(m, 0) + A(m) - E(m) = B(m) - E(m) + Z(m, D(m))$$

が成り立つ。

$$E = \sum_{m=1}^M E(m)$$

$$K = \sum_{m=1}^M K(m)$$

$$N(m) = \sum_{t=1}^{D(m)} n(m, t): m \text{ 月の入院受診延日数}$$

$$N = \sum_{m=1}^M N(m) = \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{D(m)} n(m, t) : \text{全月の入院受診延日数}$$

(2) 病院報告の平均在院日数と入院日数を通算した病院報告の平均在院日数の算定式

Mヶ月における病院報告の平均在院日数の算定式は、定義から、

$$\frac{N}{\frac{1}{2}(A+B)}$$

入院日数を通算した病院報告の平均在院日数を計算するには、各月で新入院患者数、退院患者数のそれぞれで重複して数えられている患者数を除いたその月の実際の新入院患者数、実際の退院患者数を分母に用いることとすればよい。このとき、記号の定義から、分母は

$$\frac{1}{2} \left\{ \sum_{m=1}^M (A(m) - E(m)) + \sum_{m=1}^M (B(m) - E(m)) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} (A+B) - E$$

となり、入院日数を通算した病院報告の平均在院日数の式は、

$$\frac{N}{\frac{1}{2}(A+B) - E}$$

となる。この平均在院日数は、各月において退院・再入院した患者について、退院までの入院日数と再入院以後の入院日数は1回の入院の入院日数として通算されたものとなっている。

この平均在院日数を「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」とよぶこととし、

$$e(m) = \frac{E(m)}{\frac{1}{2}(A(m) + B(m))}$$

$$e = \frac{E}{\frac{1}{2}(A+B)} = \sum_{m=1}^M \frac{A(m)+B(m)}{A+B} \times \frac{E(m)}{\frac{1}{2}(A(m)+B(m))}$$

$$= \sum_{m=1}^M \frac{A(m)+B(m)}{A+B} \times e(m)$$

とおくと、「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」は、

$$\frac{N}{\frac{1}{2}(A+B)(1-e)}$$

となり、現行の病院報告の平均在院日数と次の関係がある。

現行の病院報告の平均在院日数

$$= \text{入院日数を通算した病院報告の平均在院日数} \times (1 - e)$$

病院報告ではEは得られていないが、上記のとおり、eは各e(m)の加重平均であるので、eの値については、e(m)について知られている病院報告以外の一部調査結果から推測される。(注1)

(3) 病院報告の平均在院日数にならない各月の推計新規入院件数の合計を用いる算定式

各m月の推計新規入院件数、推計平均在院日数をそれぞれS(m)、H(m)とすると、一ヶ月の場合の結果から

S(m)

$$= K(m) \times \frac{D(m) - \frac{N(m)}{K(m)}}{D(m) - 1}$$

$$= \frac{1}{2} \times (A(m) + B(m)) - \frac{D(m) \times E(m)}{D(m) - 1} + \frac{\sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m, t) - b(m, t)\} (t - \frac{D(m)+1}{2})}{D(m) - 1}$$

$$= \frac{1}{2} (A(m) + B(m)) + \frac{1}{2} (Z(m, 0) + Z(m, D(m))) - \frac{\sum_{t=1}^{D(m)-1} Z(m, t)}{D(m) - 1}$$

$$R(m) = 1 - \frac{e(m)}{(D(m)-1)(1-e(m))}$$

$$H(m) = \frac{N(m)}{S(m)} \quad N(m) = S(m) \times H(m)$$

$$J(m) = \frac{\sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m, t) - b(m, t)\} (t - \frac{D(m)+1}{2})}{D(m) - 1} \quad J = \sum_{m=1}^M J(m)$$

とすると、

$$S(m) = \frac{1}{2} \times (A(m) + B(m)) (1 - e(m)) R(m) + J(m)$$

実務上、R(m) = 1 と考えると、

$$S(m) = \frac{1}{2} \times (A(m) + B(m)) (1 - e(m)) + J(m)$$

$$= \frac{1}{2} \times (A(m) + B(m)) - E(m) + J(m)$$

Mヶ月の推計新規入院件数SとJは、

$$\begin{aligned} S &= \sum_{m=1}^M S(m) = \frac{1}{2} \times (A+B) - E + J \\ &= \frac{1}{2} \times (A+B) (1 - e) (1 + \frac{J}{\frac{1}{2} \times (A+B) (1 - e)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J &= \sum_{m=1}^M \left(\frac{1}{2} (Z(m, 0) + Z(m, D(m))) - \frac{\sum_{t=1}^{D(m)-1} Z(m, t)}{D(m)-1} \right) \\ &= \sum_{m=1}^M \frac{D(m)+1}{D(m)-1} \left(\frac{1}{2} (Z(m, 0) + Z(m, D(m))) - \frac{\sum_{t=0}^{D(m)} Z(m, t)}{D(m)+1} \right) \end{aligned}$$

病院報告の平均在院日数の算定方法にならい、Mヶ月の推計平均在院日数を

$$H = \frac{N}{S} = \frac{\sum_{m=1}^M N(m)}{\sum_{m=1}^M S(m)} = \frac{\sum_{m=1}^M N(m)}{\sum_{m=1}^M K(m) \times \frac{D(m) - \frac{N(m)}{K(m)}}{D(m)-1}}$$

と定義する。

すべてのmについて $R(m) = 1$ としたとき、Mヶ月の推計平均在院日数が「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」と一致するための必要十分条件は $J = 0$ である。

$J = 0$ であるための十分条件のひとつは、各月について、前月から継続して入院している患者数（前月末日の在院患者数）とその月の初日から末日までの各日の在院患者数からなる $(D+1)$ 個の在院患者数の平均が、前月から継続して入院している患者数と翌月に継続して入院する患者数（末日の在院患者数）の平均であることである。

一ヶ月の場合と同様にして、 $J = 0$ は、入院日数を通算しないMヶ月の推計平均在院日数が「現行の病院報告の平均在院日数」と一致するための必要十分条件でもある。

新規入院、退院が様々に発生するとした時の評価は、一ヶ月の場合と同様の結果である。

仮定：

各m月 ($m = 1, 2 \cdots M$) において、 $A(m)$, $B(m)$ 、 $E(m)$ ($0 \leq E(m) < A(m)$, $B(m)$) を既知として、数列 $\{a(m, t) : t = 1, 2 \cdots D(m)\}$ $\{b(m, t) : t = 1, 2 \cdots D(m)\}$ が、

$$A(m) = \sum_{t=1}^{D(m)} a(m, t) \quad B(m) = \sum_{t=1}^{D(m)} b(m, t)$$

$$a(m, t) \geq 0, b(m, t) \geq 0$$

を満たし、独立に多項分布 ($D(m)$ 項分布) をするものとする。1 件の入院開始 (再入院を含む)、退院の発生は、 $t = 1, \cdots D(m)$ のどの日も同様に確からしいとし、どの日も発生確率は $\frac{1}{D(m)}$ とする。

$m \neq n$ について、 $\{a(m, t)\}$, $\{b(m, t)\}$ 、 $\{a(n, t)\}$, $\{b(n, t)\}$ は互いに独立とする。

結論： $E(S) = \frac{1}{2} \times (A+B) (1-e)$

$$V(S) = \sum_{m=1}^M \frac{(A(m) + B(m)) \times (D(m) + 1)}{12 \times (D(m) - 1)}$$

$$\leq \sum_{m=1}^M \frac{(A(m) + B(m)) \times 29}{12 \times 27} = (A+B) \times \frac{29}{12 \times 27}$$

$$\frac{\sqrt{V(S)}}{E(S)} = \frac{\sqrt{V(S)}}{\frac{1}{2} \times (A+B) (1-e)}$$

$$\leq \frac{1}{1-e} \sqrt{\frac{29}{3 \times (A+B) \times 27}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{29}{3 \times (A+B) \times 27}} \quad \text{とおく。}$$

チェビシェフの不等式から、96% ($= 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2$) 以上の確率で

$$\frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) \left(1 - \frac{5\sigma}{1-e}\right) \leq S \leq \frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) \left(1 + \frac{5\sigma}{1-e}\right)$$

が成り立ち、 $S = \frac{N}{H}$ より、一ヶ月の場合と同様な評価を得る。

$$\frac{N}{\frac{1}{2}(A+B) (1-e) \left(1 + \frac{5\sigma}{1-e}\right)} \leq H \leq \frac{N}{\frac{1}{2}(A+B) (1-e) \left(1 - \frac{5\sigma}{1-e}\right)}$$

(4) 期間合計のK, Nと一ヶ月平均の月の日数で算定する簡便な算定式の導出と評価

一ヶ月の場合の計算より、

$$K(m) = \frac{1}{2} (A(m) + B(m)) - E(m) + \frac{1}{2} (Z(m, 0) + Z(m, D(m)))$$

$$K = \sum_{m=1}^M K(m) = \frac{1}{2} (A+B) - E + \sum_{m=1}^M \frac{1}{2} \{Z(m, 0) + Z(m, D(m))\}$$

$$N = \sum_{m=1}^M N(m)$$

$$= \frac{1}{2} \times (A+B) + \sum_{m=1}^M \frac{1}{2} \{Z(m, 0) + Z(m, D(m))\} \times D(m) \\ + \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m, t) - b(m, t)\} \left(\frac{D(m)+1}{2} - t \right)$$

$T = \frac{D}{M}$ (考えている期間の暦上の日数Dを月数Mで除した1ヶ月平均の日数。月の日数という。)と定義し、一ヶ月の場合の「月の日数」をTに置き換え、ならって計算する。

$$K \times \frac{T - \frac{N}{K}}{T-1} = \frac{1}{2} \times (A+B) - \frac{T \times E}{T-1} \\ + \frac{1}{T-1} \sum_{m=1}^M \frac{1}{2} \{Z(m, 0) + Z(m, D(m))\} \times (T - D(m)) \\ + \frac{1}{T-1} \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m, t) - b(m, t)\} \left(t - \frac{D(m)+1}{2} \right)$$

$C(m) = A(m) - B(m)$ とおき、 $\sum_{m=1}^M (T - D(m)) = 0$ に注意すると、次の恒等式が得られる。

$$K \times \frac{T - \frac{N}{K}}{T-1} = \frac{1}{2} \times (A+B) - \frac{T \times E}{T-1} \\ + \frac{1}{T-1} \sum_{m=1}^M \frac{1}{2} \{ \sum_{j=1}^{m-1} 2 \times C(j) + c(m) \} \times (T - D(m)) \\ + \frac{1}{T-1} \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m, t) - b(m, t)\} \left(t - \frac{D(m)+1}{2} \right)$$

このとき、

$$A J = \frac{1}{T-1} \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m, t) - b(m, t)\} \left(t - \frac{D(m)+1}{2} \right)$$

とおくと、

$$K \times \frac{T - \frac{N}{K}}{T-1} = \frac{1}{2} \times (A+B) - \frac{T \times E}{T-1} + A J \\ + \frac{1}{T-1} \sum_{m=1}^M \frac{1}{2} \{ \sum_{j=1}^{m-1} 2 \times C(j) + c(m) \} \times (T - D(m))$$

既に定義した $e = \frac{E}{\frac{1}{2}(A+B)}$ を用いると、一ヶ月の場合同様、

$$\frac{1}{2} \times (A+B) - \frac{T \times E}{T-1} = \frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) \left(1 - \frac{e}{(T-1)(1-e)}\right)$$

であり、

$$AR = 1 - \frac{e}{(T-1)(1-e)}$$

とすると、 $28 \leq T$ であるから、一ヶ月の場合の R の考察から実務上 $AR = 1$ と考えてよい。

(3) と同様に次が成り立つ。

仮定 1

$M=12$ とし、各 m 月 ($m=1, 2, \dots, 12$) において、 $A(m)$, $B(m)$, $E(m)$ を既知 ($0 \leq E(m) < A(m), B(m)$) として、数列 $\{a(m, t) : t=1, 2, \dots, D(m)\}$ $\{b(m, t) : t=1, 2, \dots, D(m)\}$ が、

$$A(m) = \sum_{t=1}^{D(m)} a(m, t) \quad B(m) = \sum_{t=1}^{D(m)} b(m, t)$$

$$a(m, t) \geq 0, b(m, t) \geq 0$$

を満たし、独立に多項分布 ($D(m)$ 項分布) をするものとする。

1 件の入院開始 (再入院を含む)、退院の発生は、 $t=1, \dots, D(m)$ のどの日も同様に確からしいとし、その確率は $\frac{1}{D(m)}$ とする。 $m \neq n$ について、 $\{a(m, t)\}$,

$\{b(m, t)\}$, $\{a(n, t)\}$, $\{b(n, t)\}$ は互いに独立とする。

仮定 2

$$C(m) = \frac{A-B}{D} \times D(m) \quad (m=1, 2, \dots, 12) \text{ とする。}$$

結論

実務上、 $AR=1$ と考え、

$$K \times \frac{T - \frac{N}{K}}{T-1}$$

$$= \frac{1}{2} \times (A+B) (1-e) \times \left(1 + \frac{0.03116 \times (A-B)}{(A+B)(1-e)} + \frac{2 \times AJ}{(A+B)(1-e)}\right)$$

$$E\left(\frac{2 \times AJ}{(A+B)(1-e)}\right) = 0$$

$$V\left(\frac{2 \times AJ}{(A+B)(1-e)}\right) \leq \frac{31^2 - 1}{3 \times (T-1)^2 \times (A+B) \times (1-e)^2}$$

また、 $\frac{0.03116 \times (A-B)}{(A+B)(1-e)}$ は、12ヶ月分の計算なので季節変動が除かれるため、病院報告の結果をみると一般に僅少である。

年間合計のN, Kだけで計算できる $K \times \frac{T - \frac{N}{K}}{T-1}$ を「簡便法の推計新規入院件数」ASと呼ぶと、「簡便法の推計平均在院日数」AHを、一ヶ月の場合とよく似た算定式で定義できる。

$$AH = \frac{N}{AS} = \frac{N}{K} \times \frac{T-1}{T - \frac{N}{K}} \quad T = \frac{D}{M}$$

$$N = AS \times AH$$

実務上は、年間合計のN, Kを用いてAHを算定し、 $AS = \frac{N}{AH}$ とするのが便利である。

(5) 複数月に関する2つの算定式の比較

(3)、(4)の2つの算定式のうち、病院報告の平均在院日数にならって推計新規入院件数を正確に算定しているのは「各月の推計新規入院件数を求め、その期間分の合計を用いて算定する方法」である。この場合、Mヵ月分について、K(m), N(m), D(m)から推計新規入院件数S(m)を計算し、その合計で、入院受診延日数の合計を割り、推計平均在院日数を求めることとなる。

一方、「期間合計のK, Nを用いた簡便な算定式」は、期間合計のK, Nと、その期間平均の月の日数Tを用いて、一件当たり日数を計算し、一ヶ月の計算と同じ式で、推計平均在院日数を計算するので、算定式も理解しやすく、mヶ月分の毎月の推計新規入院件数を計算する必要がない。ただし、厳密にはA, Bが大きくなってもなお月により月の日数が異なることによる誤差が残る。

このため、季節変動が除かれ誤差が小さいことが期待されるM=12以外の場合には、簡便な算定式であることを理解しておく必要がある。

(6) 複数月における入院日数を通算した一般化された病院報告の平均在院日数

各月の推計新規入院件数の合計を用いる場合、任意の実数 θ をどのmにも共通に用いることとし、

$$e(m, \theta) = \frac{E(m)}{\theta A(m) + (1-\theta)B(m)}$$

$$R(m, \theta) = 1 - \frac{e(m, \theta)}{(D(m)-1)(1-e(m, \theta))}$$

とすると、実務上、 $R(m, \theta) = 1$ として、

$$S(m)$$

$$= \theta A(m) + (1 - \theta) B(m) - E(m) + \frac{\sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m, t) - b(m, t)\} (t - (\theta D(m) + (1 - \theta)))}{D(m) - 1}$$

$$= \theta A(m) + (1 - \theta) B(m) - E(m)$$

$$+ (\theta Z(m, 0) + (1 - \theta) Z(m, D(m))) - \frac{\sum_{t=1}^{D(m)-1} Z(m, t)}{D(m) - 1}$$

$$S = \sum_{m=1}^M S(m)$$

$$= \theta A + (1 - \theta) B - E$$

$$+ \sum_{m=1}^M \frac{\sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m, t) - b(m, t)\} t - (A(m) - B(m))}{D(m) - 1} - \theta (A - B)$$

$$= \theta A + (1 - \theta) B - E + \theta Z(1, 0) + (1 - \theta) Z(M, D(M))$$

$$+ \sum_{m=1}^{M-1} Z(m, D(m)) - \sum_{m=1}^M \frac{\sum_{t=1}^{D(m)-1} Z(m, t)}{D(m) - 1}$$

$A \neq B$ とし、 θ を設定すれば、一ヶ月の場合と同様の結果を得る。

Mヶ月の場合、 $A \neq B$ とすると、推計平均在院日数は入院日数を通算した一般化された病院報告の平均在院日数に等しく、ただ一つの実数 θ が存在して

$$S = \theta A + (1 - \theta) B - E \quad H = \frac{N}{S} = \frac{N}{\theta A + (1 - \theta) B - E}$$

となる。具体的には、 $\theta = \frac{\sum_{m=1}^M \frac{\sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m, t) - b(m, t)\} t - (A(m) - B(m))}{(D(m) - 1)(A - B)}}{1}$ である。

この結果はA, Bの大きさによらない。

推計平均在院日数の分母と入院日数を通算した病院報告の平均在院日数の分母の差は、

$$(\theta A + (1 - \theta) B) - E - \frac{1}{2} (A + B) (1 - e)$$

$$= (\theta A + (1 - \theta) B) - \frac{1}{2} (A + B) = (\theta - \frac{1}{2}) (A - B)$$

であって、 θ が $\frac{1}{2}$ に近いほど、またAとBの差が小さいほど上記の差は小さくなり、推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の分子が共通なため、A, Bの大きさにはよらずに、推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の値は近くなる。

期間合計のK、Nと一ヶ月平均の月の日数で算定する簡便な算定式の場合、1 か月の場合と同様にして、次の恒等式が成り立つ。

$$\begin{aligned}
 K &= \theta A + (1 - \theta) B - E + \sum_{m=1}^M (\theta Z(m, 0) + (1 - \theta) Z(m, D(m))) \\
 N &= \sum_{m=1}^M N(m) \\
 &= \theta A + (1 - \theta) B + \sum_{m=1}^M (\theta Z(m, 0) + (1 - \theta) Z(m, D(m))) D(m) \\
 &\quad + \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m, t) - b(m, t)\} (\theta D(m) + (1 - \theta) - t) \\
 K \times \frac{T - \frac{N}{K}}{T - 1} &= \theta A + (1 - \theta) B - \frac{T \times E}{T - 1} \\
 &\quad + \frac{1}{T - 1} \sum_{m=1}^M (\theta Z(m, 0) + (1 - \theta) Z(m, D(m))) (T - D(m)) \\
 &\quad + \frac{1}{T - 1} \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m, t) - b(m, t)\} (t - (\theta D(m) + (1 - \theta)))
 \end{aligned}$$

各月の推計新規入院件数の合計を用いる場合と同様に次の結果を得る。

$$\begin{aligned}
 \sum_{m=1}^M (A(m) - B(m)) D(m) &\neq \sum_{m=1}^M (A(m) - B(m)) = A - B \\
 \text{のとき、ある実数 } \theta &\text{ がただひとつ存在して、} \\
 \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m, t) - b(m, t)\} (t - (\theta D(m) + (1 - \theta))) &= 0 \\
 \text{このとき、実務上、} R(m, \theta) = 1 &\text{ とすると、} \\
 A S = \frac{T K - N}{T - 1} \\
 &= \theta A + (1 - \theta) B - E + \sum_{m=1}^M \left\{ \sum_{j=1}^{m-1} C(j) + (1 - \theta) C(m) \right\} (T - D(m)) \\
 \text{となり、推計平均在院日数} A H &\text{は、第 3 項の誤差を含むが入院日数を通算した一般化された病院報告の平均在院日数類似の式となる。} \\
 A H = \frac{N}{\theta A + (1 - \theta) B - E + \sum_{m=1}^M \left\{ \sum_{j=1}^{m-1} C(j) + (1 - \theta) C(m) \right\} (T - D(m))} \\
 \text{具体的には} \\
 \theta = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m, t) - b(m, t)\} (t - 1)}{\sum_{m=1}^M (A(m) - B(m)) (D(m) - 1)}
 \end{aligned}$$

むすび

9月の数理分析では推計平均在院日数等の算定式を導く際に唯一の仮定「当月中の退院・再入院はないものとする。」をおいたので、現に当月中の退院・再入院が存在する事実があることから、この仮定に基づき導かれた算定式は現実の近似式と考えられた。(注7)

また、推計平均在院日数の値は病院報告の平均在院日数の値より1割程度大きいことについて、9月の数理分析では定性的な説明にとどまっていたことから、病院報告の平均在院日数の算定式にならっているとはいえ、この乖離について定量的な説明が求められた。

本稿では、レセプトは入院日数を通算するのに対し、現行の病院報告の平均在院日数と患者調査の退院患者平均在院日数は入院日数を通算しない算定式となっていることに着目し、まず、病院報告の平均在院日数について、入院日数を通算した場合の算定式を導いた。

次に、「当月中の退院・再入院はないものとする」との仮定をなくし、当月中の退院・再入院がある現実を表現した恒等式からなる連立方程式を導き、これを解いて得た推計平均在院日数の算定式は9月の数理分析と同じであるが、内容は「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」となることを示した。

さらに、推計平均在院日数の値と入院日数を通算しない現行の病院報告の平均在院日数の値の乖離については、

- ・入院日数を通算する病院報告の平均在院日数と現行の病院報告の平均在院日数の差
- ・推計平均在院日数と現行の病院報告の平均在院日数における退院日の扱いの違い及び統計の範囲の違い

を、「平成23年 患者調査」(厚生労働省大臣官房統計情報部)の調査結果から定量的に推計すると、これらの合計は概ね乖離幅となっていることがわかった。(注8)

本稿により、レセプト統計から算定する推計平均在院日数の算定式は一切の仮定を置かずに導かれ、「入院日数を通算した病院報告の平均在院日数」となっている。(注9)

このため、推計平均在院日数と現行の病院報告の平均在院日数において、入院日数の通算の扱いの違い、退院日の扱いの違い、統計の範囲の違いなどに留意しつつ、例えば、次のような月別、制度別、性別、地域別、年齢階級別、傷病中分類別、病院の設立主体別、有床診療所の主たる診療科目別等の豊富な入院レセプト統計を用いて、これらの属性別の推計新規入院件数、推計平均在院日数及び推計1入院当たり医療費などを算定し、医療保険分野・医療分野などに広く活用することが考えられる。(注10)

- ・医療費の動向(概算医療費データベース、医療保険医療費データベース等)
http://www.mhlw.go.jp/bunya/iryouhoken/database/zenpan/iryou_doukou.html
- ・医療給付実態調査
<http://www.mhlw.go.jp/bunya/iryouhoken/database/zenpan/iryoukyufu.html>
- ・医療保険制度別事業月報・年報、医療費の地域差分析等
<http://www.mhlw.go.jp/bunya/iryouhoken/database/>

(了)

注1 平成23年9月に退院した患者の再入院の状況
(平成23年 患者調査(厚生労働省大臣官房統計情報部)の結果から)

再入院の状況(平成23年9月退院患者)

(単位:千人、%)								
		推計退院患者数	過去の入院あり					過去の入院なし
			総数	0～3日	4～7日	8～14日	15～30日	
実数	総数	1296.4	113.0	10.6	21.1	32.5	48.7	1183.4
	病院	1182.8	105.2	9.7	18.9	30.4	46.2	1077.6
	診療所	113.6	7.7	0.9	2.2	2.1	2.5	105.9
割合	総数	100.0	8.7	0.8	1.6	2.5	3.8	91.3
	病院	100.0	8.9	0.8	1.6	2.6	3.9	91.1
	診療所	100.0	6.8	0.8	1.9	1.8	2.2	93.2

出典:平成23年 患者調査(厚生労働省大臣官房統計情報部)

注(1)「過去の入院」とは、今回の入院の理由となっていた主傷病に関連した、同じ医療施設における入院であって、退院日が今回の入院日から遡って過去30日以内の場合に限る。(退院年が平成の場合のみ。)

(2)宮城県、石巻医療圏、気仙沼医療圏及び福島県を除いた数値である。

当月中に退院して再入院した場合のみ再入院とした場合(粗い推計)

(単位:千人、%)

		推計退院患者数	当月中の過去の入院あり					当月中の過去の入院なし
			総数	0～3日	4～7日	8～14日	15～30日	
実数	総数	1296.4	60.1	10.1	17.2	20.6	12.2	1236.3
	病院	1182.8	55.5	9.2	15.4	19.3	11.6	1127.3
	診療所	113.6	4.6	0.9	1.8	1.3	0.6	109.0
割合	総数	100.0	4.6	0.8	1.3	1.6	0.9	95.4
	病院	100.0	4.7	0.8	1.3	1.6	1.0	95.3
	診療所	100.0	4.1	0.8	1.6	1.2	0.6	95.9

注(1)「当月中の過去の入院」とは、今回の入院の理由となっていた主傷病に関連した、同じ医療施設における入院であって、退院日が今回の入院日から遡って当月中の場合に限る。(退院年が平成の場合のみ。)

退院日が今回の入院日から遡ってA日の場合、「当月中の過去の入院あり」の人数は

過去の入院あり×(1-A/30)

と推計している。

(2)宮城県、石巻医療圏、気仙沼医療圏及び福島県を除いた数値である。

傷病分類別にみた「過去の入院あり」と「当月中の過去の入院あり」の割合

	推計退院患者数 (千人)	過去の入院あり (%)	当月中の過去の入院あり (%)
総数	1296.4	8.7	4.6
I 感染症及び寄生虫症	35.5	4.8	2.6
II 新生物	243.4	22.1	10.9
III 血液及び造血系の疾患並びに免疫機構の障害	8.5	10.6	6.5
IV 内分泌、栄養及び代謝疾患	35.5	6.2	3.8
V 精神及び行動の障害	35.5	9.0	5.3
VI 神経系の疾患	41.7	7.7	4.0
VII 眼及び付属器の疾患	51.4	9.5	6.5
VIII 耳及び乳様突起の疾患	10	2.0	0.9
IX 循環器系の疾患	166.7	6.8	3.7
X 呼吸器系の疾患	111	5.9	3.4
X I 消化器系の疾患	144.1	5.1	2.8
X II 皮膚及び皮下組織の疾患	18.8	4.3	2.4
X III 筋骨格系及び結合組織の疾患	59.5	8.2	4.1
X IV 泌尿生殖器系の疾患	63.2	7.3	4.2
X V 妊娠、分娩及び産後	84.1	2.1	1.4
X VI 周産期に発生した病態	16.5	2.4	2.0
X VII 先天奇形、変形及び染色体異常	7.9	6.3	2.5
X IX 損傷、中毒及びその他の外因の影響	115.3	2.6	1.4
X X I 健康状態に影響を及ぼす要因及び保健サービスの利用	20.2	0.0	0.0

注2

○診療報酬請求書等の記載要領等について（昭和51年8月7日保険発第82号）

別紙1 診療報酬請求書等の記載要領

II 診療報酬請求書及び診療報酬明細書の記載要領

第3 診療報酬明細書の記載要領

○厚生労働大臣が定める病院の診療報酬請求書等の記載要領について

（平成18年3月30日保医発第0330007号）

別紙 診療報酬請求書等の記載要領

II 診療報酬明細書（様式第10）の記載要領

注3

○ 診療報酬の算定方法 （平成20年3月5日 厚生労働省告示第59号）（抄）

診療報酬の算定方法

別表第1 医科診療報酬点数表

第1章 基本診療料

第2部 入院料等

通則 5 第1節から第4節までに規定する期間の計算は、特に規定する場合を除き、保険医療機関に入院した日から起算する。ただし、保険医療機関を退院した後、同一の疾病又は負傷により、当該保険医療機関又は当該保険医療機関と特別の関係にある保険医療機関に入院した場合には、急性増悪その他やむを得ない場合を除き、最初の保険医療機関に入院した日から起算して計算する。

○ 診療報酬の算定方法の一部改正に伴う実施上の留意事項について

（平成24年3月5日保医発0305 第1号）（抄）

別添1 医科診療報酬点数表に関する事項

第1章 基本診療料

第2部入院料等

<通則>

7 入院期間の計算

（1）入院の日とは、入院患者の保険種別変更等の如何を問わず、当該保険医療機関に入院した日をいい、保険医療機関ごとに起算する。

また、A傷病により入院中の患者がB傷病に罹り、B傷病についても入院の必要がある場合（例えば、結核で入院中の患者が虫垂炎で手術を受けた場合等）又はA傷病が退院できる程度に軽快した際に他の傷病に罹り入院の必要が生じた場合においても、入院期間はA傷病で入院した日を起算日とする。

（2）（1）にかかわらず、保険医療機関を退院後、同一傷病により当該保険医療機関又は当該保険医療機関と特別の関係にある保険医療機関に入院した場合の入院期間は、当該保険医療機関の初回入院日を起算日として計算する。

ただし、次のいずれかに該当する場合は、新たな入院日を起算日とする。

ア 1傷病により入院した患者が退院後、一旦治癒し若しくは治癒に近い状態まで

になり、その後再発して当該保険医療機関又は当該保険医療機関と特別の関係にある保険医療機関に入院した場合

イ 退院の日から起算して3月以上（悪性腫瘍又は「特定疾患治療研究事業について」（昭和48年4月17日衛発第242号）の別紙の第3に掲げる疾患に罹患している患者については1月以上）の期間、同一傷病について、いずれの保険医療機関に入院又は介護老人保健施設に入所（短期入所療養介護費を算定すべき入所を除く。）することなく経過した後に、当該保険医療機関又は当該保険医療機関と特別の関係にある保険医療機関に入院した場合

注4

厚生労働大臣が指定する病院の病棟における療養に要する費用の額の算定方法の一部改正等に伴う実施上の留意事項について

（平成24年3月19日保医発0319第2号）（抄）

第3 費用の算定方法

1 診療報酬の算定

（8）同一傷病での再入院に係る取扱い

診断群分類番号の上6桁が同一である傷病名（以下「同一傷病名」という。）での退院日の翌日から起算して3日以内の再入院（当該医療機関と特別な関係にある保険医療機関に再入院した場合も含む。）については、前回入院と一連の入院とみなす。したがって、同一傷病名の患者が3日以内に再入院（病棟間の転棟に伴う転棟日から起算して3日以内の再転棟も含む。）となった場合の入院期間の起算日は初回の入院日とし、再入院となった場合の再入院までの期間も入院期間として算入するものとする。

（9）同一傷病名による3日以内の再入院に当たっての特定入院料の加算については、前回入院と一連の入院と見なした限度日数とすること。

注5 基本診療料の施設基準等（平成20年3月5日 厚生労働省告示第62号）（抄）

第5 病院の入院基本料

別紙4 平均在院日数の算定方法

1 入院基本料等の施設基準に係る平均在院日数の算定は、次の式による。

①に掲げる数 ÷ ②に掲げる数

① 当該病棟における直近3か月間の在院患者延日数

② （当該病棟における当該3か月間の新入棟患者数＋当該病棟における当該3か月間の新退棟患者数）／2

なお、小数点以下は切り上げる。

2 上記算定式において、在院患者とは、毎日24時現在当該病棟に在院中の患者をいい、当該病棟に入院してその日のうちに退院又は死亡した者を含むものである。なお、患者が当該病棟から他の病棟へ移動したときは、当該移動した日は当該病棟における入院日として在院患者延日数に含める。

3 上記算定式において、新入棟患者数とは、当該3か月間に新たに当該病棟に入院した患者の数（以下「新入院患者」という。）及び他の病棟から当該病棟に移動した患者数の合計をいうが、当該入院における1回目の当該病棟への入棟のみを数え、再入棟は数えない。

また、病棟種別の異なる病棟が2つ以上ある場合において、当該2以上の病棟間を同一の患者が移動した場合は、1回目の入棟のみを新入棟患者として数える。

当該3か月以前から当該病棟に入院していた患者は、新入棟患者数には算入しない。

当該病院を退院後、当該病棟に再入院した患者は、新入院患者として取り扱う。

- 4 上記算定式において、新退棟患者数とは、当該3か月間に当該病棟から退院（死亡を含む。）した患者数と当該病棟から他の病棟に移動した患者数をいう。ただし、当該入院における1回目の当該病棟からの退棟のみを数え、再退棟は数えないこととする。

病棟種別の異なる病棟が2以上ある場合において、当該2以上の病棟間を同一の患者が移動した場合は、1回目の退棟のみを新退棟患者として数えるものとする。

- 5 「基本診療料の施設基準等」の別表第二に規定する入院患者は1の①及び②から除く。

注6 推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の入院患者の範囲の違い

診療費等支払方法別推計退院患者数と退院患者平均在院日数等の状況

	推計退院患者数(千人)			除外項目の主な傷病等	退院患者平均在院日数(日)	
	総数	病院	診療所		病院	診療所
総数	1296.4	1182.8	113.6		34.3	17.5
総数(介護保険(☆)を除く) ①	1291.3	1178.8	112.5		32.8	16.6
×	73.7	47.5	26.2	正常妊娠・分娩・健診等	7.3	5.4
○	186.0	171.9	14.1			
○	173.4	156.0	17.4			
○	314.9	295.8	19.1			
○	19.1	18.4	0.7			
○	440.6	410.6	30.0			
×	8.1	7.6	0.5	損傷・中毒等の外因の影響	27.3	23.4
×	2.0	1.8	0.2	損傷・中毒等の外因の影響	22.7	19.5
×	6.3	6.2	0.1		19.8	39.1
○	57.9	54.4	3.5			
☆	5.0	3.9	1.1	(介護保険)	480.6	113.6
☆	0.1	0.1	0.0	(介護保険)	188.7	113.6
○	9.3	8.7	0.6			
(再掲)除外項目(×)の合計 ②	90.1	63.1	27.0	除外項目の平均	11.4	5.9
除外項目の割合(%)②/①	7.0	5.3	23.8	除外項目を含まない場合(介護保険を除く)③	34.0	19.9
				増加率(%) ③/①*100-100	3.7	20.3

注1 「平成23年 患者調査」による。除外項目の退院患者平均在院日数は、「推計入院患者数*30/推計退院患者数」に基づく推計値である。

注2 増加率は、介護保険を除く退院患者平均在院日数について、除外項目を含まない場合の除外項目を含む場合に対する増加率である。

注7 昭和62年度厚生行政科学研究事業報告書

「平均在院日数等の診療構造をレセプト情報から解明するためのモデルに関する研究」(主任研究者 東京大学 経済学部 国友直人)

(厚生労働省図書館所蔵)

注8 現在、医療・医療保険分野において、4つの平均在院日数が用いられている。

退院患者平均在院日数(患者調査、DPCに係る調査)、病院報告の平均在院日数、診療報酬の入院基本料等の施設基準に用いる平均在院日数、推計平均在院日数である。

退院患者平均在院日数は退院患者の在院期間の実績を調査する「コーホート統計」であるが、それ以外は、平均寿命や期間合計特殊出生率等と同様に、ある期間の統計から平均在院日数等を算定する「期間統計」であって、算定方法の考え方が異なる。

統計の範囲や算定方法が異なる場合があり、利用にあたっては注意が必要である。

注 9 9月の数理分析の本文並びに注記を参照されたい。

「推計平均在院日数の数理分析～推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の関係～」
(平成 24 (2012) 年 9 月)

http://www.mhlw.go.jp/bunya/iryouhoken/database/zenpan/dl/sankou_120906-2.pdf

注 10

推計新規入院件数、推計平均在院日数、推計 1 入院当たり医療費は、「レセプト統計を用いて、入院医療費を入院発生、入院期間及び入院単価の 3 要素に分解する」ための算定式、関係式であり、件数、1 件当たり日数、1 件当たり医療費を用いる場合より改善されていると考えられる。

$$\begin{aligned}\text{件数} &= \text{推計新規入院件数} + \text{推計繰越入院件数} \\ \text{入院受診延日数} &= \text{推計新規入院件数} \times \text{推計平均在院日数} \\ \text{入院医療費} &= \text{入院受診延日数} \times \text{1 日当たり医療費} \\ &= \text{推計新規入院件数} \times \text{推計平均在院日数} \times \text{1 日当たり医療費} \\ &= \text{推計新規入院件数} \times \text{推計 1 入院当たり医療費}\end{aligned}$$

$$\text{推計新規入院件数} = \text{件数} \times \frac{\text{月の日数} - \text{1 件当たり日数}}{\text{月の日数} - 1} = \frac{\text{入院受診延日数}}{\text{推計平均在院日数}}$$

$$\text{推計繰越入院件数} = \text{件数} \times \frac{\text{1 件当たり日数} - 1}{\text{月の日数} - 1} = \text{件数} - \text{推計新規入院件数}$$

$$\text{推計平均在院日数} = \text{1 件当たり日数} \times \frac{\text{月の日数} - 1}{\text{月の日数} - \text{1 件当たり日数}} = \frac{\text{入院受診延日数}}{\text{推計新規入院件数}}$$

$$\begin{aligned}\text{推計 1 入院当たり医療費} &= \text{推計平均在院日数} \times \text{1 日当たり医療費} \\ &= \frac{\text{入院医療費}}{\text{推計新規入院件数}}\end{aligned}$$

$$\text{1 件当たり日数} = \frac{\text{入院受診延日数}}{\text{件数}} = \frac{\text{月の日数} \times \text{推計平均在院日数}}{\text{月の日数} - 1 + \text{推計平均在院日数}}$$

$$\text{1 日当たり医療費} = \frac{\text{医療費}}{\text{入院受診延日数}}$$

(参考) 従来の式

$$\text{入院受診延日数} = \text{件数} \times \text{1 件当たり日数}$$

$$\begin{aligned}\text{入院医療費} &= \text{入院受診延日数} \times \text{1 日当たり医療費} \\ &= \text{件数} \times \text{1 件当たり日数} \times \text{1 日当たり医療費} \\ &= \text{件数} \times \text{1 件当たり医療費}\end{aligned}$$

$$\text{1 件当たり医療費} = \text{1 件当たり日数} \times \text{1 日当たり医療費} = \frac{\text{入院医療費}}{\text{入院件数}}$$